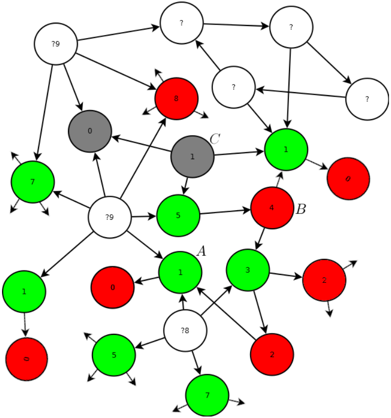
Ťažké hry III.

kuko

1.4.2021

Pokročilá teória zložitosti



?9
?
?
?
?
8
0
C
1
1
7
?9
5
4
B
A
1
3
2
1
0
?8
5
2
7

- Ofarbíme všetky koncové pozície – vyhrávajúce aj prehrávajúce.
- Ak z danej pozície vieme potiahnuť do prehrávajúcej (pre súpera!), je vyhrávajúca.
- Ak z danej pozície všetky ťahy vedú do vyhrávajúcich pozícií (pre súpera), je prehrávajúca.
- Ak z danej pozície všetky ťahy vedú do vyhrávajúcich (pre súpera, čo nechceme) a remízových, je remízová.

- Ofarbíme všetky koncové pozície – vyhrávajúce aj prehrávajúce.
- Ak z danej pozície vieme potiahnuť do prehrávajúcej (pre súpera!), je vyhrávajúca.
- Ak z danej pozície všetky ťahy vedú do vyhrávajúcich pozícií (pre súpera), je prehrávajúca.
- Ak z danej pozície všetky ťahy vedú do vyhrávajúcich (pre súpera, čo nechceme) a remízových, je remízová.

Hry s boolovskými formulami

G_1:

- dané formuly $\Phi_1(X, Y)$ a $\Phi_2(X, Y)$ v 3-CNF
- hráč na ťahu zmení *ľubovoľne veľa* svojich premenných
- ak na konci ťahu *nie je* jeho formula splnená, prehrá

G_1:

- dané formuly $\Phi_1(X, Y)$ a $\Phi_2(X, Y)$ v 3-CNF
- hráč na ťahu zmení *ľubovoľne veľa* svojich premenných
- ak na konci ťahu *nie je* jeho formula splnená, prehrá

G_1:

- dané formuly $\Phi_1(X, Y)$ a $\Phi_2(X, Y)$ v 3-CNF
- hráč na ťahu zmení *ľubovoľne veľa* svojich premenných
- ak na konci ťahu *nie je* jeho formula splnená, prehrá

Veta (Stockmeyer '79)

Hra G_1 je EXP*-úplná. Tzn. povedať pre danú pozíciu, či má biely vyhrávajúcu stratégiu, je* EXP*-úplné.*

Dôkaz.

- EXP = APSPACE, normálny tvar: v každom kroku sa alternuje
- $L = \{\langle M \rangle \# w \mid$
  M je ATS v normálnom tvare, ktorý akceptuje w v pamäti $n\}$
- redukujeme L na G_1; biely vyhrá $\iff$ M akceptuje w $\iff$

$$\exists C_1 \forall C_2 \exists C_3 \cdots : C_1 \vdash_M C_2 \vdash_M C_3 \vdash_M \cdots$$

- premenné X, resp. Y budú kódovať konfigurácie C_X, resp. C_Y
- hráči striedavo volia ďalšiu konfiguráciu
- $\Phi_1(X, Y)$ kontroluje, či $C_X \vdash_M C_Y$,
- $\Phi_2(X, Y)$ zase kontroluje, či $C_Y \vdash_M C_X$.
- zostrojíme ako v Cook-Levinovej vete

□

Dôkaz.

- EXP = APSPACE, normálny tvar: v každom kroku sa alternuje
- $L = \{\langle M \rangle \# w \mid$
  M je ATS v normálnom tvare, ktorý akceptuje w v pamäti $n\}$
- redukujeme L na G_1; biely vyhrá $\iff$ M akceptuje w $\iff$

$$\exists C_1 \forall C_2 \exists C_3 \cdots : C_1 \vdash_M C_2 \vdash_M C_3 \vdash_M \cdots$$

- premenné X, resp. Y budú kódovať konfigurácie C_X, resp. C_Y
- hráči striedavo volia ďalšiu konfiguráciu
- $\Phi_1(X, Y)$ kontroluje, či $C_X \vdash_M C_Y$,
- $\Phi_2(X, Y)$ zase kontroluje, či $C_Y \vdash_M C_X$.
- zostrojíme ako v Cook-Levinovej vete

□

■ Dôkaz.

- EXP $=$ APSPACE, normálny tvar: v každom kroku sa alternuje
- $L = \{\langle M\rangle\#w \mid$
  M je ATS v normálnom tvare, ktorý akceptuje w v pamäti $n\}$
- redukujeme L na G_1; biely vyhrá $\iff$ M akceptuje w $\iff$

$$\exists C_1 \forall C_2 \exists C_3 \cdots : C_1 \vdash_M C_2 \vdash_M C_3 \vdash_M \cdots$$

- premenné X, resp. Y budú kódovať konfigurácie C_X, resp. C_Y
- hráči striedavo volia ďalšiu konfiguráciu
- $\Phi_1(X, Y)$ kontroluje, či $C_X \vdash_M C_Y$,
- $\Phi_2(X, Y)$ zase kontroluje, či $C_Y \vdash_M C_X$.
- zostrojíme ako v Cook-Levinovej vete

□

Dôkaz.

- EXP = APSPACE, normálny tvar: v každom kroku sa alternuje
- $L = \{\langle M\rangle\#w \mid$ M je ATS v normálnom tvare, ktorý akceptuje w v pamäti $n\}$
- redukujeme L na G_1; biely vyhrá $\iff$ M akceptuje w $\iff$

$$\exists C_1 \forall C_2 \exists C_3 \cdots : C_1 \vdash_M C_2 \vdash_M C_3 \vdash_M \cdots$$

- premenné X, resp. Y budú kódovať konfigurácie C_X, resp. C_Y
- hráči striedavo volia ďalšiu konfiguráciu
- $\Phi_1(X, Y)$ kontroluje, či $C_X \vdash_M C_Y$,
- $\Phi_2(X, Y)$ zase kontroluje, či $C_Y \vdash_M C_X$.
- zostrojíme ako v Cook-Levinovej vete

□

■ **Dôkaz.**

- EXP = APSPACE, normálny tvar: v každom kroku sa alternuje
- $L = \{\langle M \rangle \# w \mid$
  M je ATS v normálnom tvare, ktorý akceptuje w v pamäti $n\}$
- redukujeme L na G_1; biely vyhrá $\iff$ M akceptuje w $\iff$

$$\exists C_1 \forall C_2 \exists C_3 \cdots : C_1 \vdash_M C_2 \vdash_M C_3 \vdash_M \cdots$$

- premenné X, resp. Y budú kódovať konfigurácie C_X, resp. C_Y
- hráči striedavo volia ďalšiu konfiguráciu
- $\Phi_1(X, Y)$ kontroluje, či $C_X \vdash_M C_Y$,
- $\Phi_2(X, Y)$ zase kontroluje, či $C_Y \vdash_M C_X$.
- zostrojíme ako v Cook-Levinovej vete

□

Dôkaz.

- EXP = APSPACE, normálny tvar: v každom kroku sa alternuje
- $L = \{\langle M\rangle\#w \mid$
  M je ATS v normálnom tvare, ktorý akceptuje w v pamäti $n\}$
- redukujeme L na G_1; biely vyhrá $\iff$ M akceptuje w $\iff$

$$\exists C_1 \forall C_2 \exists C_3 \cdots : C_1 \vdash_M C_2 \vdash_M C_3 \vdash_M \cdots$$

- premenné X, resp. Y budú kódovať konfigurácie C_X, resp. C_Y
- hráči striedavo volia ďalšiu konfiguráciu
- $\Phi_1(X, Y)$ kontroluje, či $C_X \vdash_M C_Y$,
- $\Phi_2(X, Y)$ zase kontroluje, či $C_Y \vdash_M C_X$.
- zostrojíme ako v Cook-Levinovej vete

□

Dôkaz.

- EXP $=$ APSPACE, normálny tvar: v každom kroku sa alternuje
- $L = \{\langle M \rangle \# w \mid$
  M je ATS v normálnom tvare, ktorý akceptuje w v pamäti $n\}$
- redukujeme L na G_1; biely vyhrá $\iff$ M akceptuje w $\iff$

$$\exists C_1 \forall C_2 \exists C_3 \cdots : C_1 \vdash_M C_2 \vdash_M C_3 \vdash_M \cdots$$

- premenné X, resp. Y budú kódovať konfigurácie C_X, resp. C_Y
- hráči striedavo volia ďalšiu konfiguráciu
- $\Phi_1(X, Y)$ kontroluje, či $C_X \vdash_M C_Y$,
- $\Phi_2(X, Y)$ zase kontroluje, či $C_Y \vdash_M C_X$.
- zostrojíme ako v Cook-Levinovej vete

□

■ **Dôkaz.**

- EXP $=$ APSPACE, normálny tvar: v každom kroku sa alternuje
- $L = \{\langle M\rangle \# w \mid$
  M je ATS v normálnom tvare, ktorý akceptuje w v pamäti $n\}$
- redukujeme L na G_1; biely vyhrá $\iff$ M akceptuje w $\iff$

$$\exists C_1 \forall C_2 \exists C_3 \cdots : C_1 \vdash_M C_2 \vdash_M C_3 \vdash_M \cdots$$

- premenné X, resp. Y budú kódovať konfigurácie C_X, resp. C_Y
- hráči striedavo volia ďalšiu konfiguráciu
- $\Phi_1(X,Y)$ kontroluje, či $C_X \vdash_M C_Y$,
- $\Phi_2(X,Y)$ zase kontroluje, či $C_Y \vdash_M C_X$.
- zostrojíme ako v Cook-Levinovej vete

□

G_3:

- formuly $\Psi_1(X, Y)$ a $\Psi_2(X, Y)$ v 7-DNF
- hráč na ťahu musí zmeniť *práve jednu* premennú
- ak je na konci ťahu splnená jeho formula, *prehrá*
- tzn., hráči sa snažia *nesplniť* svoju formulu

G_3:

- formuly $\Psi_1(X, Y)$ a $\Psi_2(X, Y)$ v 7-DNF
- hráč na ťahu musí zmeniť *práve jednu* premennú
- ak je na konci ťahu splnená jeho formula, *prehrá*
- tzn., hráči sa snažia *nesplniť* svoju formulu

G_3:

- formuly $\Psi_1(X, Y)$ a $\Psi_2(X, Y)$ v 7-DNF
- hráč na ťahu musí zmeniť *práve jednu* premennú
- ak je na konci ťahu splnená jeho formula, *prehrá*
- tzn., hráči sa snažia *nesplniť* svoju formulu

G_3:

- formuly $\Psi_1(X, Y)$ a $\Psi_2(X, Y)$ v 7-DNF
- hráč na ťahu musí zmeniť *práve jednu* premennú
- ak je na konci ťahu splnená jeho formula, *prehrá*
- tzn., hráči sa snažia *nesplniť* svoju formulu

Veta

Hra G_3 je EXP*-úplná. Rovnako variant, kde sa hráč môže vzdať ťahu a nepotiahnuť je* EXP*-úplný.*

■ **Dôkaz.**

- redukciou z G_1 – jeden ťah v G_1, ktorý zmení ľubovoľne veľa premenných „odsimulujeme“ v hre G_3 viacerými ťahmi
- m bielych a m čiernych premenných v $G_1 \longrightarrow 2 \times (2m+2)$

$$\underbrace{\begin{matrix} x'_1,\dots,x'_m, \\ x_1,\dots,x_m, \end{matrix}}_{\substack{\text{zodpovedá} \\ x_1,\dots,x_m \text{ v } G_1}} \quad \underbrace{\begin{matrix} x'_{m+1}, \\ x_{m+1}, \end{matrix}}_{\substack{\text{koniec} \\ \text{B ťahu}}} \quad \underbrace{\begin{matrix} x'_{m+2},\dots,x'_{2m+1}, & x'_{2m+2} \\ x_{m+2},\dots,x_{2m+1}, & x_{2m+2} \end{matrix}}_{\substack{\text{pomocné} \\ \text{premenné}}}$$

$$\underbrace{\begin{matrix} y'_1,\dots,y'_m, & y'_{m+1}, \\ y_1,\dots,y_m, & y_{m+1}, \end{matrix}}_{\substack{\text{pomocné} \\ \text{premenné}}} \quad \underbrace{\begin{matrix} y'_{m+2},\dots,y'_{2m+1}, \\ y_{m+2},\dots,y_{2m+1}, \end{matrix}}_{\substack{\text{zodpovedá} \\ y_1,\dots,y_m \text{ v } G_1}} \quad \underbrace{\begin{matrix} y'_{2m+2} \\ y_{2m+2} \end{matrix}}_{\substack{\text{koniec} \\ \text{Č ťahu}}}$$

■ **Dôkaz.**

- redukciou z G_1 – jeden ťah v G_1, ktorý zmení ľubovoľne veľa premenných „odsimulujeme“ v hre G_3 viacerými ťahmi
- m bielych a m čiernych premenných v $G_1 \longrightarrow 2 \times (2m+2)$

$$\underbrace{\begin{matrix} x'_1,\dots,x'_m, \\ x_1,\dots,x_m, \end{matrix}}_{\substack{\text{zodpovedá} \\ x_1,\dots,x_m \text{ v } G_1}} \quad \underbrace{\begin{matrix} x'_{m+1}, \\ x_{m+1}, \end{matrix}}_{\substack{\text{koniec} \\ \text{B ťahu}}} \quad \underbrace{\begin{matrix} x'_{m+2},\dots,x'_{2m+1}, & x'_{2m+2} \\ x_{m+2},\dots,x_{2m+1}, & x_{2m+2} \end{matrix}}_{\substack{\text{pomocné} \\ \text{premenné}}}$$

$$\underbrace{\begin{matrix} y'_1,\dots,y'_m, & y'_{m+1}, \\ y_1,\dots,y_m, & y_{m+1}, \end{matrix}}_{\substack{\text{pomocné} \\ \text{premenné}}} \quad \underbrace{\begin{matrix} y'_{m+2},\dots,y'_{2m+1}, \\ y_{m+2},\dots,y_{2m+1}, \end{matrix}}_{\substack{\text{zodpovedá} \\ y_1,\dots,y_m \text{ v } G_1}} \quad \underbrace{\begin{matrix} y'_{2m+2} \\ y_{2m+2} \end{matrix}}_{\substack{\text{koniec} \\ \text{Č ťahu}}}$$

■ Dôkaz.

- redukciou z G_1 – jeden ťah v G_1, ktorý zmení ľubovoľne veľa premenných „odsimulujeme“ v hre G_3 viacerými ťahmi
- m bielych a m čiernych premenných v $G_1 \longrightarrow 2 \times (2m+2)$

$$\underbrace{\begin{matrix} x'_1, \ldots, x'_m, \\ x_1, \ldots, x_m, \end{matrix}}_{\substack{\text{zodpovedá} \\ x_1,\ldots,x_m \text{ v } G_1}} \quad \underbrace{\begin{matrix} x'_{m+1}, \\ x_{m+1}, \end{matrix}}_{\substack{\text{koniec} \\ \text{B ťahu}}} \quad \underbrace{\begin{matrix} x'_{m+2}, \ldots, x'_{2m+1}, & x'_{2m+2} \\ x_{m+2}, \ldots, x_{2m+1}, & x_{2m+2} \end{matrix}}_{\substack{\text{pomocné} \\ \text{premenné}}}$$

$$\underbrace{\begin{matrix} y'_1, \ldots, y'_m, & y'_{m+1}, \\ y_1, \ldots, y_m, & y_{m+1}, \end{matrix}}_{\substack{\text{pomocné} \\ \text{premenné}}} \quad \underbrace{\begin{matrix} y'_{m+2}, \ldots, y'_{2m+1}, \\ y_{m+2}, \ldots, y_{2m+1}, \end{matrix}}_{\substack{\text{zodpovedá} \\ y_1,\ldots,y_m \text{ v } G_1}} \quad \underbrace{\begin{matrix} y'_{2m+2} \\ y_{2m+2} \end{matrix}}_{\substack{\text{koniec} \\ \text{Č ťahu}}}$$

nech

$$a_i = x_i \oplus x_i'$$

$$\begin{array}{cccccccc} x_i & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ x_i' & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ a_i & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \end{array}$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
x_i' & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
x'_i & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
x_i' & \cdots & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\
x'_i & \cdots & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & \cdots
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots \\
x_i' & \cdots & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots \\
x'_i & \cdots & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \cdots \\
x'_i & \cdots & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \cdots
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \cdots \\
x_i' & \cdots & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots
\end{array}
$$

vektor *a*-čiek bude v tvare

$$0^*1^* \qquad \text{alebo} \qquad 1^*0^*$$

nech

$$A_i = a_i \oplus a_{i-1} \qquad \text{pre } i > 1, \text{ ale} \qquad A_1 = (a_1 \equiv a_{2m+2})$$

ak $a = 0^*$ alebo $a = 1^*$, tak $A_1 = 1$
ak $a = 0^{i-1}1^*$ alebo $a = 1^{i-1}0^*$, tak $A_i = 1$

nech

$$A_i = a_i \oplus a_{i-1} \qquad \text{pre } i > 1 \text{, ale} \qquad A_1 = (a_1 \equiv a_{2m+2})$$

ak $a = 0^*$ alebo $a = 1^*$, tak $A_1 = 1$

ak $a = 0^{i-1}1^*$ alebo $a = 1^{i-1}0^*$, tak $A_i = 1$

nech

$$A_i = a_i \oplus a_{i-1} \qquad \text{pre } i > 1, \text{ ale} \qquad A_1 = (a_1 \equiv a_{2m+2})$$

ak $a = 0^*$ alebo $a = 1^*$, tak $A_1 = 1$
ak $a = 0^{i-1}1^*$ alebo $a = 1^{i-1}0^*$, tak $A_i = 1$

$$
\begin{array}{ccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
x'_i & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
A_i & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
x_i' & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
A_i & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
x_i' & \cdots & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\
a_i & \cdots & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\
A_i & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots
\end{array}
$$

podobne $b_i = y_i \oplus y_i'$ a $B_i = b_i \oplus b_{i-1}$, $B_1 = (b_1 \equiv b_{2m+2})$

$$
\begin{array}{ccccccc}
x_i & \cdots & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots \\
x_i' & \cdots & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\
y_i & \cdots & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \cdots \\
y_i' & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \cdots \\
a_i & \cdots & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \cdots \\
b_i & \cdots & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \cdots \\
A_i & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots \\
B_i & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots
\end{array}
$$

$$\mathrm{nelegit}_1 = \bigvee_{j \neq k} (A_j \wedge A_k) \vee \bigvee_{j} (B_j \wedge \neg A_{j+1})$$

$$\mathrm{nelegit}_2 = \bigvee_{j \neq k} (B_j \wedge B_k) \vee \bigvee_{j} (A_j \wedge \neg B_j)$$

$$\Psi_1 = \mathrm{nelegit}_1 \vee (A_{m+1} \wedge \neg \Phi_1(x_1, \ldots, x_m, y_{m+2}, \ldots, y_{2m+1}))$$

$$\Psi_2 = \mathrm{nelegit}_2 \vee (B_{2m+2} \wedge \neg \Phi_2(x_1, \ldots, x_m, y_{m+2}, \ldots, y_{2m+1}))$$

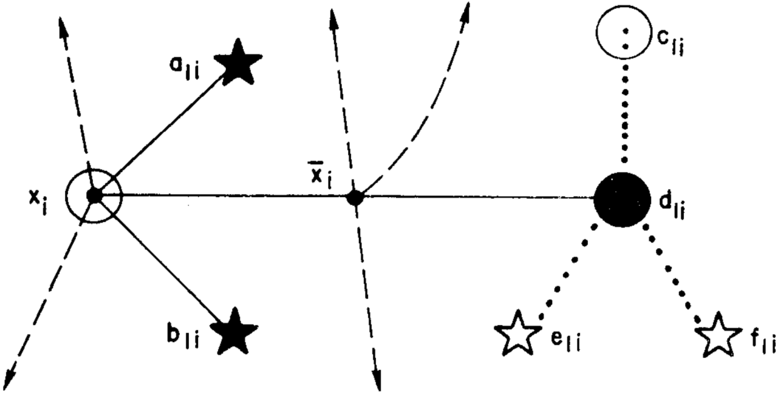
$$\mathrm{nelegit}_1 = \bigvee_{j \neq k} (A_j \wedge A_k) \vee \bigvee_{j} (B_j \wedge \neg A_{j+1})$$

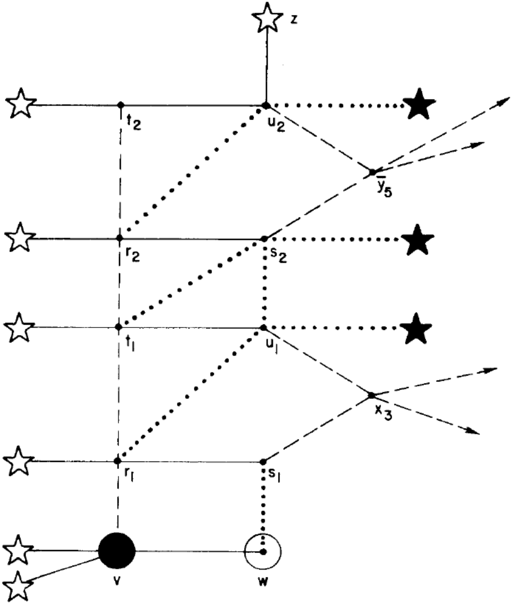
$$\mathrm{nelegit}_2 = \bigvee_{j \neq k} (B_j \wedge B_k) \vee \bigvee_{j} (A_j \wedge \neg B_j)$$

$$\Psi_1 = \mathrm{nelegit}_1 \vee (A_{m+1} \wedge \neg \Phi_1(x_1, \dots, x_m, y_{m+2}, \dots, y_{2m+1}))$$

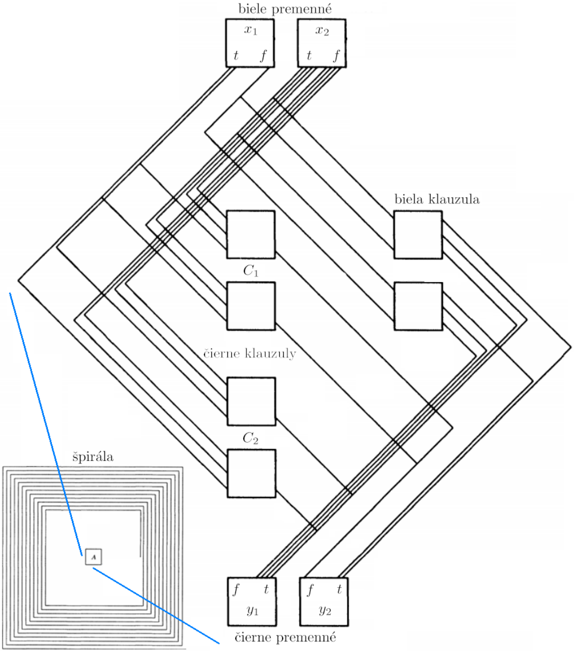
$$\Psi_2 = \mathrm{nelegit}_2 \vee (B_{2m+2} \wedge \neg \Phi_2(x_1, \dots, x_m, y_{m+2}, \dots, y_{2m+1}))$$

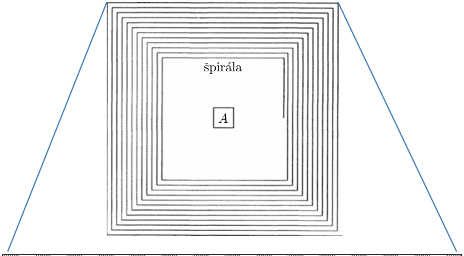
Blok

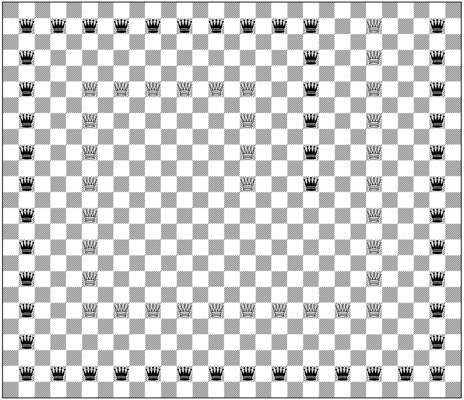

a_{li}
c_{li}
x_i
$\bar{x}_i$
d_{li}
b_{li}
e_{li}
f_{li}

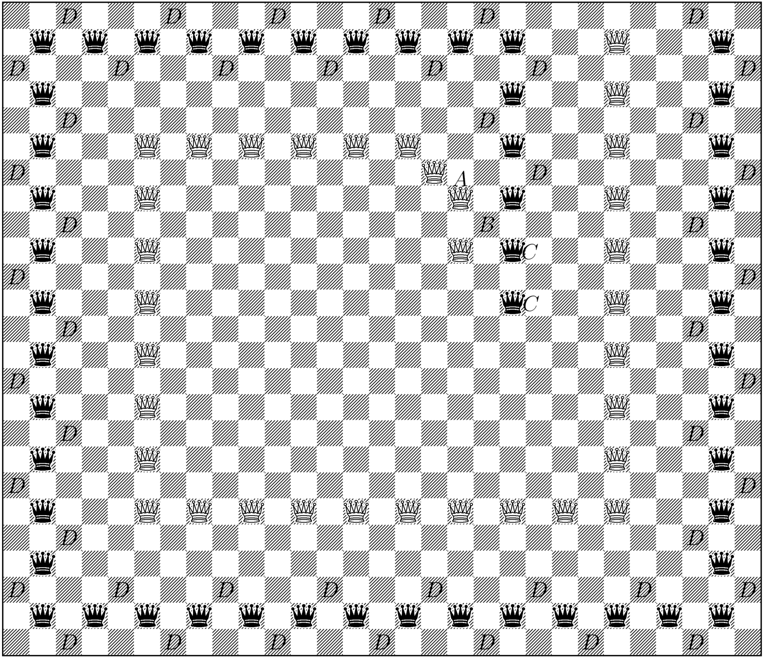

z
t2
u2
y5
r2
s2
t1
u1
x3
r1
s1
v
w

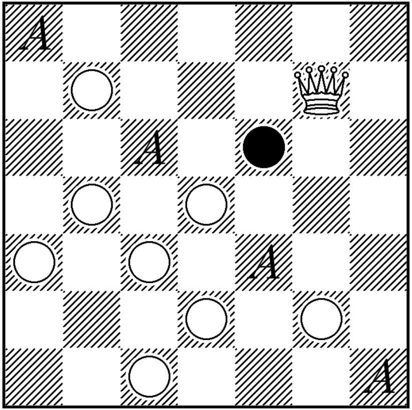
Dáma

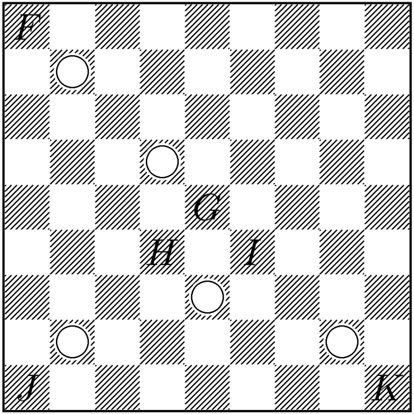

biele premenné
x_1
t f
x_2
t f
biela klauzula
C_1
čierne klauzuly
C_2
špirála
f t
y_1
f t
y_2
čierne premenné

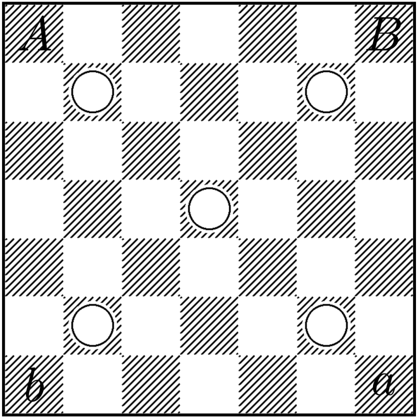

špirála
A

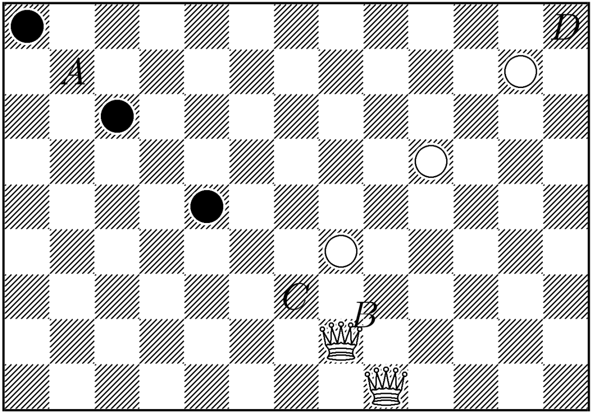


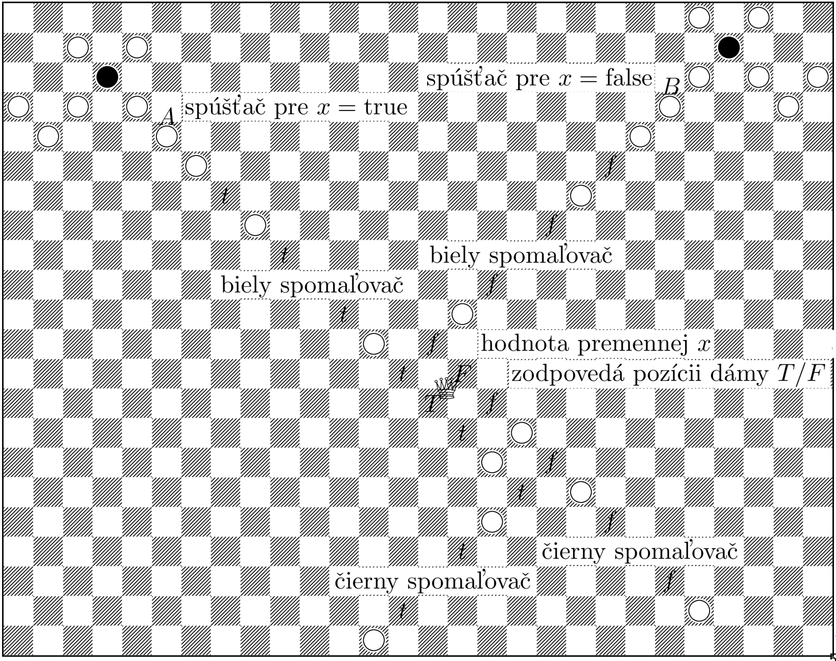

D
A
B
C
C

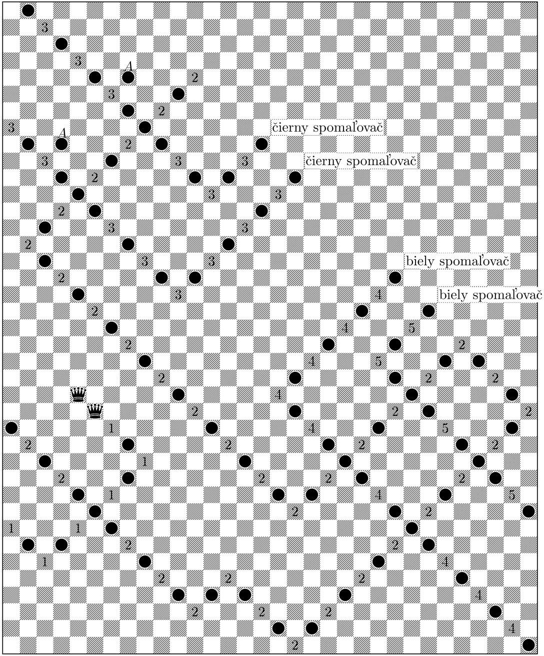

A
A
A
A


F
G
H
I
J
K


A
B
b
a


A
B
C
D


spúšťač pre x = false
B
spúšťač pre x = true
A
f
t
f
t
biely spomaľovač
biely spomaľovač
f
t
f
hodnota premennej x
t
F
zodpovedá pozícii dámy T/F
T
f
t
f
t
f
t
čierny spomaľovač
čierny spomaľovač
f
t


čierny spomaľovač
čierny spomaľovač
biely spomaľovač
biely spomaľovač

Šach

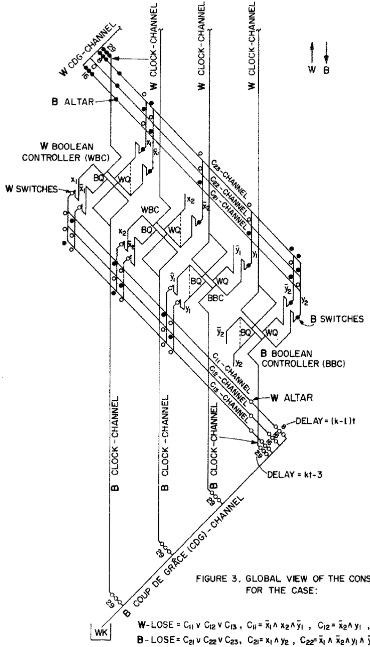
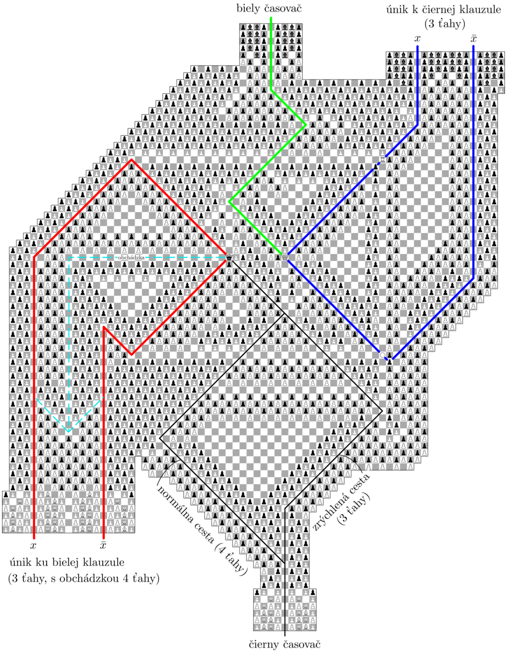


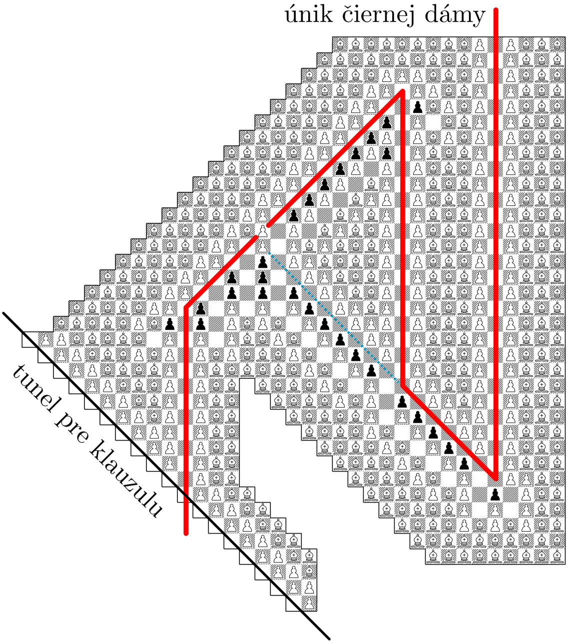
FIGURE 3. GLOBAL VIEW OF THE CONSTRUCTION FOR THE CASE:

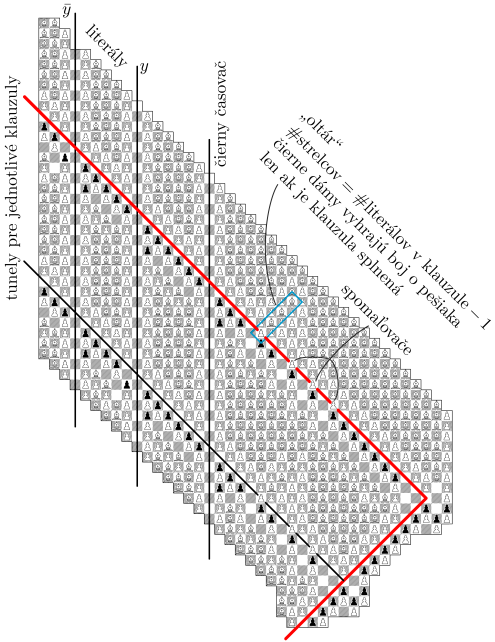
W-LOSE = $C_{11} \vee C_{12} \vee C_{13}$, $C_{11} = \bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge \bar{y}_1$, $C_{12} = \bar{x}_2 \wedge y_1$, $C_{13} = x_1 \wedge x_2$

B-LOSE = $C_{21} \vee C_{22} \vee C_{23}$, $C_{21} = x_1 \wedge y_2$, $C_{22} = \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge y_1 \wedge \bar{y}_2$, $C_{23} = x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge y_1$

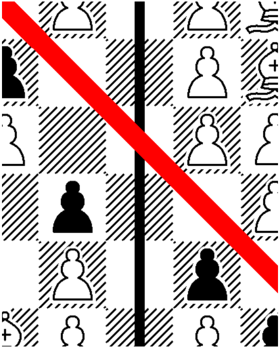


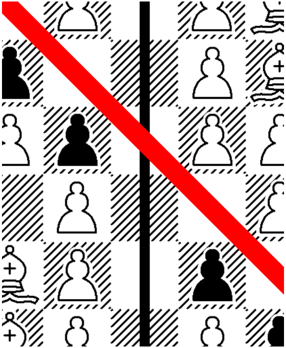
biely časovač
únik k čiernej klauzule
(3 ťahy)
x
$\bar{x}$
obchádzka
normálna cesta (4 ťahy)
zrýchlená cesta
(3 ťahy)
x
$\bar{x}$
únik ku bielej klauzule
(3 ťahy, s obchádzkou 4 ťahy)
čierny časovač

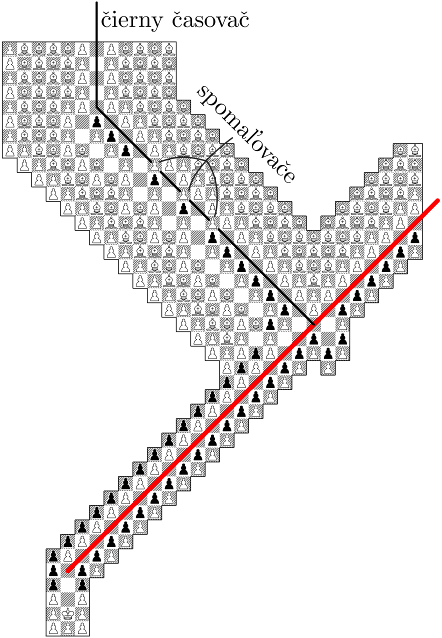

únik čiernej dámy
tunel pre klauzulu



$\bar{y}$
literály
y
čierny časovač
tunely pre jednotlivé klauzuly
„oltár“
#strelcov = #literálov v klauzule − 1
čierne dámy vyhrajú boj o pešiaka
len ak je klauzula splnená
spomaľovače






čierny časovač
spomaľovače

- Medzinárodná dáma – pešiaci môžu brať aj dozadu; dáma sa pohybuje o ľubovoľný počet polí
- Čínska dáma – hrací plán je šesťcípa hviezda, hráč sa pokúša dostať svoje figúrky do opačného cípu
- Go
- čínsky šach Xiangqi a kórejský šach Janggi
- japonský šach Shogi
- hra džungľa Dou Shou Qi

	Hry pre 1 hráča	*Hry pre 2 hráčov*
polynomiálny #ťahov	NP/coNP-úplné (Tetris, Clickomania, míny, Sudoku, Mastermind, . . .)	PSPACE-úplné (reversi, piškvorky, Hex, Amazonky, geografia,. . .)
neobmedzený #ťahov	PSPACE-úplné (Super Mario, Prince of Persia, Quake, Sokoban, Rush Hour,. . .)	EXP-úplné (dáma, šach, go, Shogi, Xiangqi,. . .)